

Alkalmazott matematika, Alkalmazott matematika és módszerei I. (MT1002, MT4002L, MTB1901, MTB1901L)

Tematika

Sorozatok. Sorozatok monotonitása, korlátossága. Alsó- felső korlát, pontos alsó-, felső korlát. Monotonitás és korlátosság kapcsolata. Határérték. Nevezetes sorozatok határértéke: $1/n$, q az n -ediken, $1+1/n$ az n -ediken, n -edik gyök c , n -edik gyök n . $o^*|K| \rightarrow 0$. Határérték egyértelmősége. Monoton korlátos sorozat konvergencia.

Véges tag megváltoztatása. Részsorozat. Sorozat és részsorozat konvergenciája. Konvergencia és korlátosság. Rendőr tétel. Cauchy-féle konvergencia-kritérium. Műveletek sorozatokra, művelet és határátmenet elvégzésének sorrendje. Tágabb értelemben vett határérték. További nevezetes sorozatok: polinom/polinom, polinom/exponenciális, exponenciális/faktoriális.

Számsor fogalma és konvergenciája. N -edik részletösszeg. Zénón apóriája. Szükséges feltétel sor konvergenciájára. Leibniz tétele. Műveletek sorokkal: összeadás, konstanssal való szorzás, zárójelzés. Ellenpéldák: zárójel elhagyása, tagok felcserélése. Mértani és harmonikus sor. Mértani sor összegképlete.

Abszolút konvergencia sor. Abszolút konvergencia és konvergencia sorok viszonya. Abszolút konvergencia sor tagjainak felcserélése. Pozitív tagú sorok konvergencia-kritériumai: majoráns kritérium, D'Alambert-féle hányados kritérium, Cauchy-féle gyökkritérium.

Függvény monotonitása és korlátossága. Függvény határértéke, folytonossága. Abszolút és helyi szélső érték. Zárt intervallumon folytonos függvény tulajdonságai: korlátosság, abszolút minimum, maximum felvétele. Végtelen, mint határérték. Határérték a végtelenben. Egyoldali határérték és folytonosság. Nevezetes függvény határértéke: x tart 0 esetén $1+x$ az $1/x$ -ediken, $\sin(x)/x$. Konkáv, konvex függvények.

A differenciálszámítás geometriai bevezetése. Alapfogalmak: differenciálhányados, derivált. Egyoldali differenciálhányados. Elemi függvények deriváltjai. Folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata. Differenciálási szabályok. Rolle tétel.

Függvénysor, hatványsor. Az n -edik derivált. Taylor-polinom, Taylor-sor. Differenciálható függvények vizsgálata; monotonitás, szélsőérték, konvexitás. Teljes függvényvizsgálat. A L'Hospital-szabály. Banach-féle fixpont-tétel.

Határozott és határozatlan integrál. Integrálási szabályok. Newton-Leibniz formula. Terület, forgástest térfogat, ívhossz számítás.

Differenciálegyenletek fogalma és osztályozása. Cauchy-feladat. Közöséges differenciálegyenletek. Első és másodrendű differenciálegyenletek. Néhány alapvető típusú differenciálegyenletek megoldása. A Picard-féle szukcesszív approximáció.

Számonkérés

Két zárthelyi dolgozat, a félév közepén és végén. Mindkét dolgozatban elméletet és gyakorlatot is számonkérünk, körülbelül egyenlő arányban. Levelezős hallgatók egy zárthelyi dolgozatot írnak.

Irodalom

Kántor Sándor : Analízis

W. Rudin: A matematikai analízis alapjai

Lajkó Károly letölthető jegyzetei: <http://www.math.klte.hu/~lajko>

Bárczy Barnabás: Differenciálszámítás (Bolyai könyvek)

Bárczy Barnabás: Integrálszámítás (Bolyai könyvek)

Dr. Blahota István, PhD
főiskolai tanár