

Matematikai programcsomagok I. (MTB1019) mintafeladatok

1. Számolja ki!

$$125^{-\frac{1}{3}} \sqrt[3]{1000} \log_{\sin \frac{\pi}{6}} \sqrt{2} + \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$$

2. Hozza egyszerűbb alakra!

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} : \frac{1}{x + \frac{1}{y}} - \frac{1}{y(xyz + x + z)}$$

3. Legyen $x_1 = \lg \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$, valamint

$$x_n = \begin{cases} \frac{\cos(40^\circ x_{n-1})}{5} & \text{ha } n \text{ páros} \\ x_{n-1} & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Mennyi x_7 ?

4. Legyen $y_1 = 1$, $y_2 = \frac{1}{1+1}$, $y_3 = \frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}$, $y_4 = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}$, \dots

Mennyi $y_{35} - \frac{\sqrt{5}-1}{2}$?

5. Számolja ki!

$$\sum_{n=1}^{100} \frac{\operatorname{tg} n}{2^n} + \prod_{n=1}^{10} \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 & 2 \\ 7 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & n \end{vmatrix}$$

6. Számolja ki az alábbi integrált annak ismeretében, hogy $0 < a < 1$!

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2 - xa} dx$$

7. Legyen

$$P(x) = \frac{1}{2^7 7!} \frac{d^7}{dx^7} [(x^2 - 1)^7]$$

Számoljuk ki!

$$\int_{-1}^1 P^2(x) dx$$

8. Számolja ki annak a 8×8 -as mátrixnak a determinánsát, mely i -edik sor j -edik oszlopának eleme az első 3 sorban a $\frac{(-1)^{i+j}}{(i+j)^8}$, a többiben a $\frac{(-2)^{i+j}}{(i+j)^8}$ képlet alapján generálódik!

9. Legyen $f(x) = e^x$, valamint legyenek adva az alábbi sorozatok:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx.$$

Legyen továbbá

$$S_n f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$$

Mekkora $S_{30} f(1)$?