

Ortogonalis polinomok (TMME0202)

tételsor

1. Pseudo-skaláris szorzat, Schwarz-egyenlőtlenség, skaláris szorzat, pre-Hilbert-tér, lineáris metrikus és normált tér, Banach-tér, Hilbert-tér, paralelogramma szabály, Jordan–Neumann-tétel, a skaláris szorzat folytonossága.
2. Ortogonalis és ortonormált elemek, ortogonalis halmazok, az ortogonalis komplementer és tulajdonságai, ortogonalis felbontás tétele, ortonormált rendszer és sorozat, Gram–Schmidt-féle ortogonalizálás, ortogonalis sor, sorok felbontási lemmája.
3. Ortogonalis sorok normakonvergenciája, Fourier-együtthatók és -sor, n -edik részletösszeg, Fejér-közép, eltérés normanégyszetben, legjobb approximáció, Bessel-egyenlőtlenség, Riemann–Lebesgue-lemma, Parseval-egyenlet, zártság és teljesség, szeparabilitás, teljes ortonormált sorozat létezése, ortogonalizálás sűrű altérben, Riesz–Fischer-tétel.
4. Trigonometrikus polinom, a trigonometrikus rendszer ortonormálttsága, teljesség $L_1(-\pi, \pi)$ -ben.
5. Trigonometrikus Fourier-együtthatók, n -edik részletösszeg, Parseval-formula és normakonvergencia trigonometrikus rendszerre, tiszta koszinusz és szinusz rendszer a $(0, \pi)$ intervallumon.
6. Komplex trigonometrikus Fourier-sor, egyenletesen konvergens trigonometrikus sorok és tulajdonságai, Riemann–Lebesgue-lemma $L_1(-\pi, \pi)$ -beli függvényekre.
7. Dirichlet-féle magfüggvény és formula, Dirichlet-féle képletek, Riemann-féle lokalizációs tételek, Dini- és Lipschitz-féle konvergencia kritériumok, félérintők feltétele, differenciál-feltétel.
8. Dirichlet–Jordan-tétel, divergencia-példák és a Luzin-sejtés, Carleson- és Hunt-tétel.
9. Sorok összegzése, Fejér-féle magfüggvény és formula, korlátos függvény Fejér-közepe, Dirichlet-féle képletek a Fejér-féle magfüggvényre, Fejér tétele és következményei, Lebesgue tétele.
10. Fourier-transzformált és tulajdonságai, Legendre-polinomok és tulajdonságaik, Rodrigues-formula, súlyfüggvényre nézve ortonormált polinomsorozat, klasszikus ortogonalis polinomok, elsőfajú Csebisev-polinomok és tulajdonságai.
11. Haar-rendszer, Rademacher-rendszer, Rademacher–Hincsin–Kolmogorov-tétel, Kolmogorov-tétel, Walsh–Paley-rendszer, Paley-lemma, konvergencia tételek Walsh–Fourier-sorokra, ortogonalis sorok pontonkénti konvergenciája, konvergencia-rendszer, Olevszkij–Uljanov-tétel, Weyl-sorozat és a Rademacher–Menysov-tétel.
12. Folytonossági modulus és tulajdonságai, Jackson tételei, Akhiezer–Krein–Favard-tétel és következménye, Bohmann–Korovkin-tétel, Bernstein-polinomok, Weierstrass approximációs tételei, Stone-tétel, Müntz tétele.
13. Legjobb approximáció polinommal, alternáló pontok tétele, Remez-algoritmus, Vandermonde-mátrix és determinánsa, Padé-approximáció, Padé-együtthatók tétele.
14. Interpoláció, polinom interpoláció, unicitás és egzisztencia, Lagrange-interpoláció, Neville-féle iterált interpoláció, hibabecslések, Csebisev-alappontok, inverz interpoláció, köbös spline interpoláció.