

1. Adjon olyan nem üres, egymástól különböző nyelveket, melyekre
 $L_1 \cup L_2 = L_1 L_2$

Megoldás: $L_1 = \{\lambda\}; L_2 = \{\lambda, a\}$

2. Adja meg a $V = \{0, 1\}$ halmaz részhalmazaival azt a nyelvet, melynek elemei minimum 2 darab nullát tartalmaznak! Csak az unió, konkatenáció és az iteráció műveleteket használja!

Megoldás: Legyen $N = \{0\}$ Ekkor: $V^* N V^* N V^*$ épp a kívánt tulajdonságú.

3. Tedd "λ-mentessé" a következő nyelvtant:

$A \rightarrow BaA|bb|B$
 $B \rightarrow CaB|\lambda|aC|b$
 $C \rightarrow aaB|Aa|b$

Megoldás:

$S \rightarrow A|\lambda$
 $A \rightarrow BaA|Ba|aA|a|bb|B$
 $B \rightarrow CaB|Ca|aC|b$
 $C \rightarrow aaB|aa|Aa|a|b$

4. Szüntesd meg az átnevezéseket:

$A \rightarrow AA|B|A|bb$
 $B \rightarrow aC|A|bb$
 $C \rightarrow aB|Aa|b|B$

Megoldás:

$A \rightarrow AA|bb|aC|$
 $B \rightarrow aC|bb|AA$
 $C \rightarrow aB|Aa|b|aC|bb|AA$

5. $F\langle\{a, b\}, \{a \rightarrow ab, aa \rightarrow a, b \rightarrow bb, ba \rightarrow ab\}\rangle$ Levezethető-e az $aabaabbaba$ -ból a $baaabaabaab$? Válaszod indokold!

Megoldás: Nem vezethető le, mert az esetleges levezetés első elemének első szimbóluma a és nincs olyan szabály, mely baloldala a -val kezdődik, jobboldala pedig b -vel, így sosem lesz belőle a kívánt b szimbólum.

6. $f(v) = (t(v))^{-1}h(v)$, ahol a jelölések a következők: $t(v) \doteq törzs(v); h(v) \doteq fej(v); v^{-1} \doteq v$ tükörképe; $l(v) \geq 2$

(a) Hossztartó-e?

Megoldás: $v = a_1 \dots a_n$

$$\text{length}(v) = \text{length}(a_1 \dots a_n) = n$$

$$\text{length}(f(v)) = \text{length}((t(v))^{-1}h(v)) = \text{length}((t(a_1 \dots a_n))^{-1}h(a_1 \dots a_n)) =$$

$$\text{length}((a_2 \dots a_n)^{-1}a_1) = \text{length}(a_n \dots a_2 a_1) = n - 1 + 1 = n.$$

Mivel $\text{length}(v) = \text{length}(f(v))$, hossztartó.

(b) Kezdőszelettartó-e?

Megoldás: $!u = a_1 \dots a_i; \quad v = a_{i+1} \dots a_n$

$$f(uv) = (t(uv))^{-1}h(uv) = (t(a_1 \dots a_n))^{-1}h(a_1 \dots a_n) = (a_2 \dots a_n)^{-1}a_1 = a_n \dots a_2 a_1.$$

$$f(u) = (t(u))^{-1}h(u) = (t(a_1 \dots a_i))^{-1}h(a_1 \dots a_i) = (a_2 \dots a_i)^{-1}a_1 = a_i \dots a_2 a_1.$$

Mivel nem létezik úgy w , hogy $f(uv) = f(u)w$, nem kezdőszelettartó.

7. Lehet-e ábécé a következő halmaz? Válaszod indokold !

$$A = \{ab, aba, aa, baba\}.$$

Megoldás: Nem lehet, mert: $abababa = aba baba = ab ab aba$

8. Mekkora a *pap* és az *ipa* szavak távolsága? Algoritmussal bizonyítsd válaszod!

Megoldás:

$$d(pap, ipa) =$$

$$= \min(d(pap, ip), d(pa, ipa)) + 1 =$$

$$= \min(d(pa, i), d(p, ip)) + 1 =$$

$$= \min(\min(d(pa, \lambda), d(p, i)) + 1, d(\lambda, i)) + 1 =$$

$$= \min(\min(2, \min(d(p, \lambda), d(\lambda, i)) + 1) + 1, 1) + 1 =$$

$$= \min(\min(2, \min(1, 1) + 1) + 1, 1) + 1 =$$

$$= \min(\min(2, 1 + 1) + 1, 1) + 1 =$$

$$= \min(\min(2, 2) + 1, 1) + 1 =$$

$$= \min(2 + 1, 1) + 1 =$$

$$= \min(3, 1) + 1 =$$

$$= 1 + 1 =$$

$$= 2$$

9. Adjon generatív rendszert, $(W = \langle V, A, H \rangle)$ melyre $L_W = \{abba^*b\}$

Megoldás: $(W = \langle \{a, b\}, \{abbb\}, \{abb \rightarrow abba\} \rangle)$

10. Legyen adott a következő Markov algoritmus: $\langle \{a, b, c\}, \{ab \rightarrow ba, b \rightarrow ca, b \rightarrow cba, \} \{ab \rightarrow ba\} \rangle$

Levezethető-e bab -ből ba ? Válaszod indokold!

Megoldás: Nem, mert $bab \Rightarrow .bba$

11. Adj generatív grammatikát, melyre $L_G = \{a^*abb\}$

Megoldás:

$S \rightarrow Aabb$

$A \rightarrow aA \mid \lambda$

12. Milyen (legsűkebb) Chomsky-féle generatív grammatikát alkotnak a következő nyelvtani szabályok?

$\{A \rightarrow aB; B \rightarrow a; B \rightarrow Aa; A \rightarrow b; \}$

Megoldás: Mivel a szabályok baloldalán csak egy db nemterminális áll, ezért biztos kettes, esetleg hármas típusú. De hármas típusú nem lehet a $B \rightarrow Aa$ miatt, így kettes típusú.