Matematika II., 1. gyakorlat

1) Végezze el a kijelölt műveleteket:

$(2a-3b)^2 =$; $(3x+2)(3x-2) =$; $(3x-y)^3 =$

$(x-2)(x+2)+(x+3)(x-4) =$; $x(x+y)-y(x-y) =$

2) Írja egyszerűbb alakba:

$\sqrt[3]{72a^3b^6}\,\sqrt{a^2b^8} =$; $\dfrac{\sqrt{52x^3y^6}}{\sqrt{13xy^4}} =$;

$\dfrac{\sqrt[3]{-64x^6y^{-3}}}{\sqrt[3]{8(-x)^3y^6}} =$; $\dfrac{\sqrt[3]{2xy}}{\sqrt[6]{4x^4y^8}} =$

3) Oldja meg az alábbi egyenleteket:

$\dfrac{3x}{4}+3=\dfrac{2(x-1)}{6}$; $\dfrac{3x+6}{x+4}=x$; $\dfrac{6x+5}{2}=\dfrac{5(2-x)}{3}$;

$(x-2)^2=0$; $(x+1)^2=4$; $(x+4)^3=27$; $x^3+4x^2-5x=0$.

4) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségeket:

$3x+2>4$; $4x+8\le 2x+3$; $\dfrac{2x+3}{x+2}>0$; $\dfrac{-3x+1}{5x+10}\le 0$;

$\dfrac{x-4}{2x+1}>4$; $\dfrac{-2x+3}{x+2}\le -1$; $x^2+2x+1\ge 0$; $x^2+4x+4<0$;

$x^2+4x+5\le 0$; $x^2+4x+5\ge 0$; $-x^2+3x-2<0$; $-x^2+x+2\ge 0$.

5) Vizsgálja a következő sorozatok konvergenciáját és számítsa ki a határértéküket:

$\left\langle 1+\frac{1}{n}\right\rangle$; $\left\langle 1-\frac{1}{n}\right\rangle$; $\left\langle \frac{1}{\sqrt{n}}\right\rangle$; $\left\langle (-1)^n\frac{1}{n}\right\rangle$; $\left\langle \frac{1}{n^3}\right\rangle$; $\langle n^2\rangle$; $\langle -n^3\rangle$;

$\left\langle \frac{n}{n+1}\right\rangle$; $\left\langle \frac{100n}{n^2+1}\right\rangle$; $\left\langle \frac{3n^3+5n^2+3}{2n^4+8}\right\rangle$; $\left\langle \frac{3n+1}{-2n+3}\right\rangle$; $\left\langle \frac{5n^2+3n+2}{n^2+n+1}\right\rangle$;

$\langle n^2+n\rangle$; $\left\langle \frac{2n^2+3n+1}{-n-1}\right\rangle$; $\left\langle \frac{-5n^3+7n+1}{-n^2-n-1}\right\rangle$.

6) Számítsa ki az alábbi sorok összegét:

$\sum_{n=0}^{\infty} 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$; $\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$; $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$; $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{5}{3^n}$; $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}$; $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2}{(-4)^n}$.

7) Vizsgálja a $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$; $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ sorok konvergenciáját.