

# Populáció nagyságának felmérése, becslése

# Becsült paraméterek

- **N'**- az adott populáció teljes nagysága (egyed, pár, ... stb.)  
Hány egyed, pár, ... található az adott területen?  
Nincs mindig lehetőség a teljes populációnagyság mérésére, ezért gyakori az egységnyi területen vagy térfogatban lévő egyedek számának használata:
- **D'**- denzitás (populáció sűrűség), egységnyi felületre/ térfogatra számított pl. egyedszám (egyed/m<sup>2</sup>, egyed/ha, egyed/km<sup>2</sup>, pár/ha, ... stb.)
- **Az egyedek eloszlása**  
(egyenletes/ véletlen/ aggregált)

# Felmérési módszerek populációbecsléshez

**I. teljes számlálás  
(cenzus)**

**II. közvetett  
módszerek**

**II. 1. „megközelítő felmérés”  
módszere  
(szakértői becslés)**

**II. 2. mintavételi módszerek  
alapján való  
populációbecslés**

**II. 2. a) sűrűségbecslő  
módszerek**

Mintavételi egységek:

alakja, mérete, száma

Mintavételi stratégiák:

1. Rendszeres mintavétel
2. Egyszerű véletlen mintavétel
3. Rétegzett véletlen mintavétel

**II. 2. b) fogás-visszafogás  
módszer**

Állatpopulációk nagyságának  
becslésére alkalmas.

Az állatok egyedi jelölésén alapul.  
Menete: megfogás - megjelölés -  
elengedés - várakozás -  
újra mintavételezés=visszafogás

# I. - Teljes számlálás (cenzus)

- Az adott területen (térfogatban) található **összes egyed megszámlálása**.
  - Az esetek többségében nem vagy igen nagy nehézségek mellett valósítható meg.
- Főként olyan fajok esetében használják, amelyek esetében megvalósítható a vizsgált terület egészén az összes egyed megszámlálása.
  - Ritka, de jól megfigyelhető fajok esetén használják.
  - Pl.: - egy erdő helyén kialakult néhány hektáros hegyi réten hány darab hagyásfa található, vagy
  - Fehérgólyák párok száma egy megyében,....

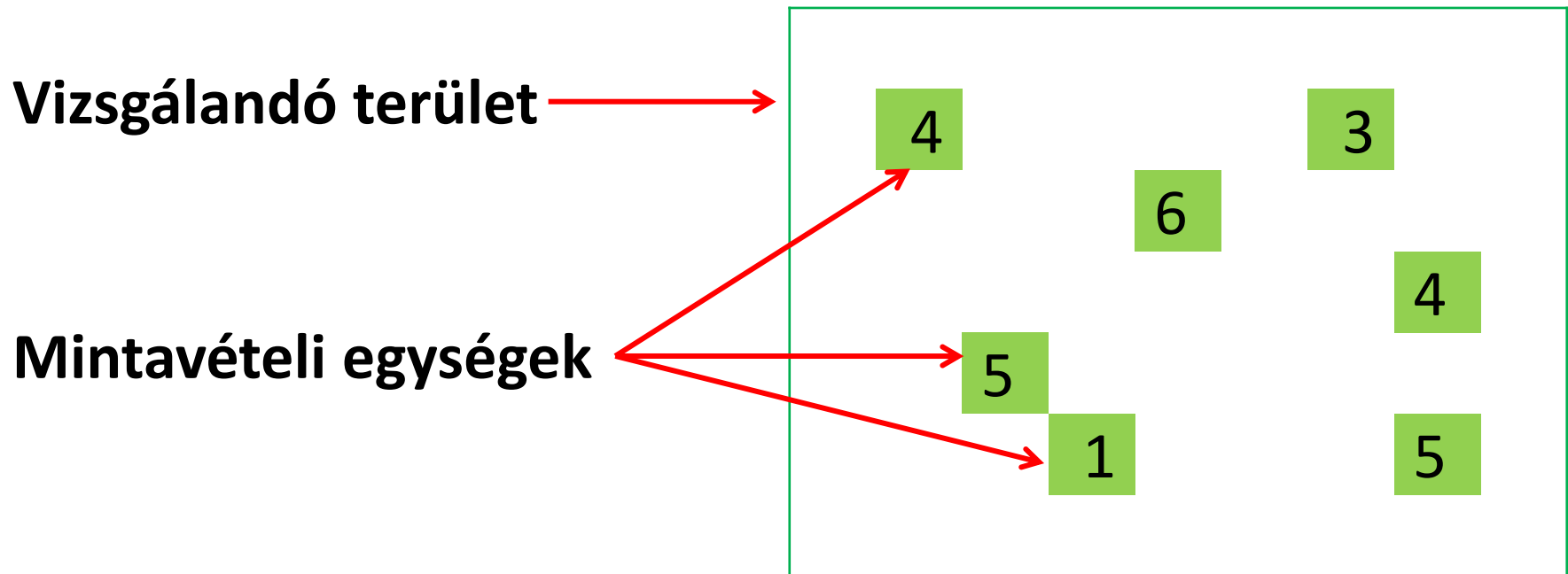
# II. – Közvetett módszerek

## II. 1. - „Megközelítő felmérés” módszere

- Az adott területet és populációt „jól ismerő” szakértő tapasztalatai alapján becslés az állomány nagyságról – potenciális hiba: az adatközlők szubjektivitása.
- Alkalmazás akkor, ha a becsléshez rendelkezésre álló **idő és források** (felmérők, anyagiak, engedélyek, ...) nem teszik lehetővé a populációnagyság becslését teljes számlálás, sűrűségbecslés vagy fogás-visszafogás módszer alapján. Pl. hópárducok száma Ázsiában,...

## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

Minden olyan esetben, amikor a vizsgálati objektum teljes egészében nem vizsgálható, mintavételt kell alkalmazni.



A vizsgálendő területnek csak egy meghatározott részén végzünk felmérést (csak a mintavételi egységekben számolunk), és abból következtetünk a teljes terület tulajdonságaira → **becslés**.

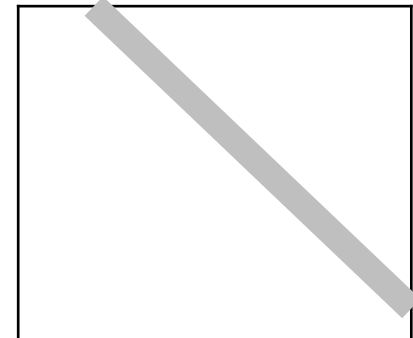
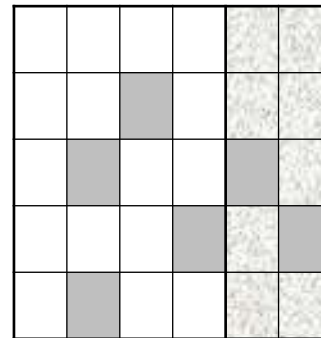
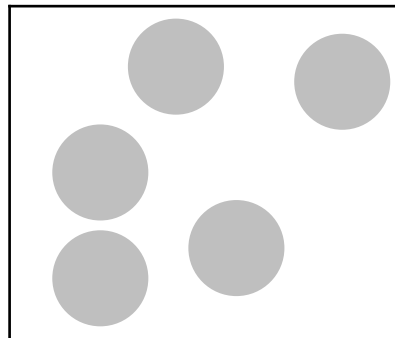
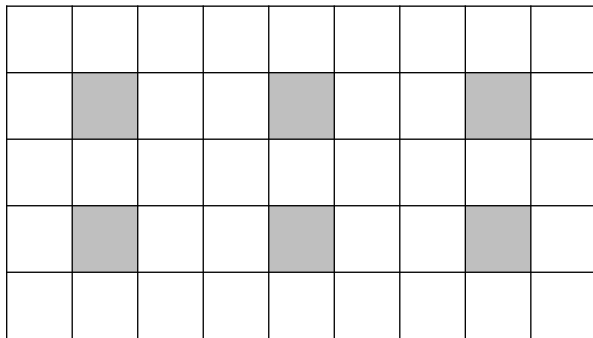
# II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

## II. 2. a) - Sűrűségbecslő módszerek

### - Mintavételi egységek alakja:

Sűrűségbecslés is lehetséges a mintavételi egységekben végzett számlálás alapján, amelyek alakja lehet:

- 1 - kvadrát: négyzet, kör, téglalap alakú terület
- 2 - sáv (transzekt)



# II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

## II. 2. a) - Sűrűségbecslő módszerek

### Mintavételi egységek nagysága és száma:

- Lehetőleg a kvadrátok nagysága olyan nagy legyen, hogy minimum 1 egyed essen bele.
- A kvadrátban lévő összes egyedet meg kell tudni számolni.
- A kvadrátok számának növelésével növelhetjük a becslés pontosságát.
- A felmért kvadrátok összterülete lehetőleg a teljes vizsgálandó terület 5-10%-a legyen.



## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

- A **becslés hibája**, azt jelzi, hogy esetünkben a becsült populációnagyság milyen mértékben tér el a tényleges populáció nagyságtól. Minden becslésen alapuló vizsgálat esetében alapvető e hibának a csökkentése, elkerülendő az adott érték alul- vagy felülbecslése.

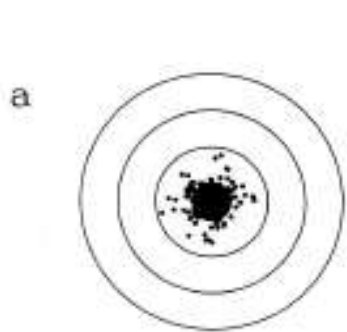
**Megfelelő mintavételi stratégiával lehet elkerülni, csökkenteni e hibát.**

- A **becslés pontossága** azt adja meg, hogy a becsült populációnagyság mennyire pontos, becslésünk alapján a tényleges nagyság milyen minimum, illetve maximum értékek között lehet.

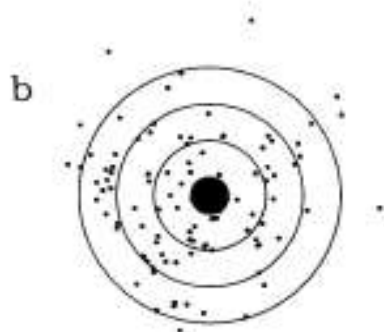
**A mintázott terület nagyságának növelésével és rétegzett mintavételi módszer alkalmazásával lehet javítani a becslés pontosságát.**

# II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

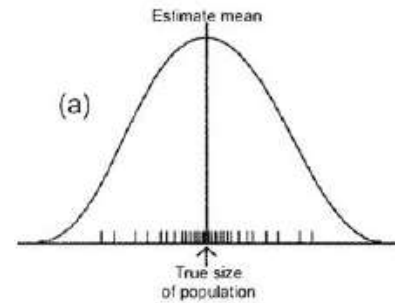
A becslés jószágát két fontos tulajdonság jellemzi:  
– a becslés hibája,      – a becslés pontossága



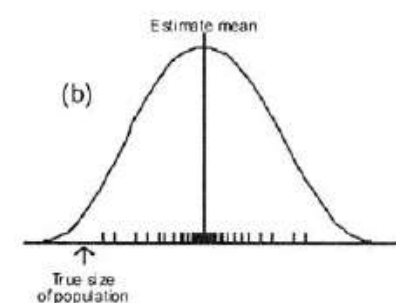
Hibátlan és pontos



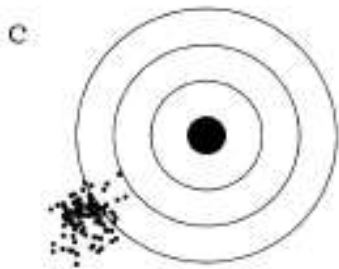
Hibátlan és pontatlan



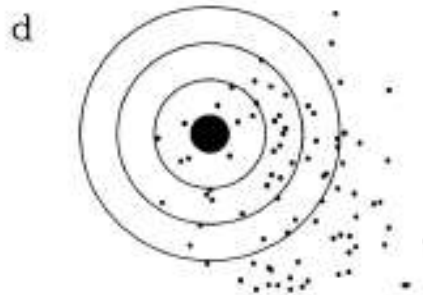
Hibátlan és pontos



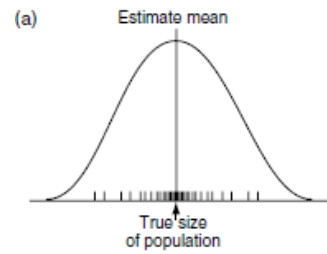
Hibás és pontos



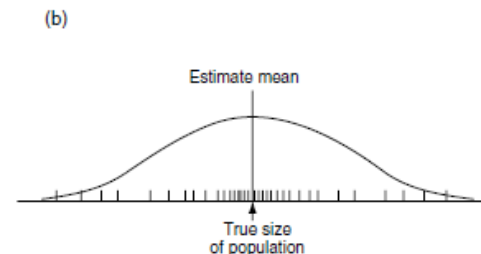
Hibás és pontos



Hibás és pontatlan



Hibátlan és pontos



Hibátlan és pontatlan

# II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

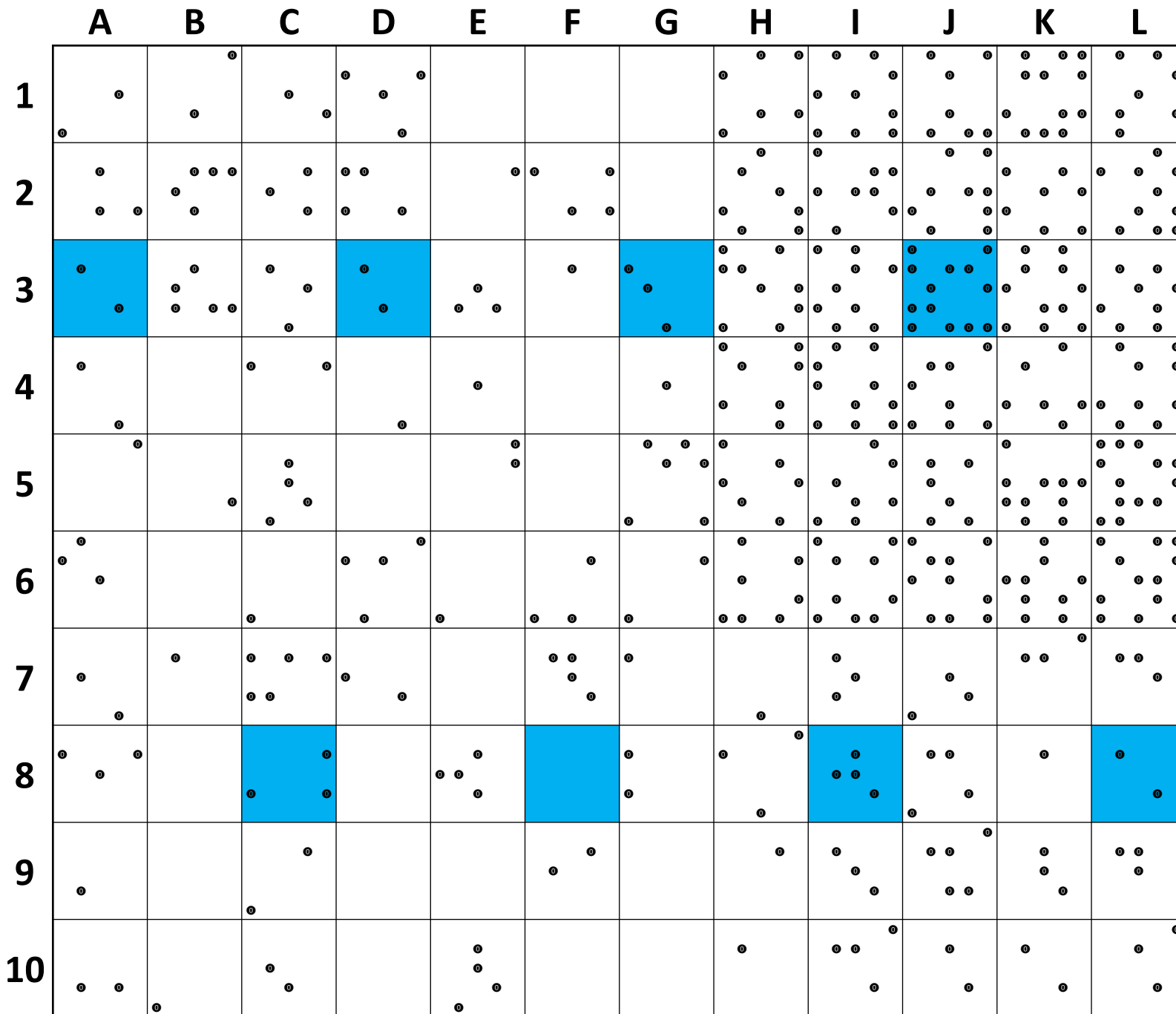
## II. 2. a) - Sűrűségbecslő módszerek

**Mintavételi stratégia** - a mintavételi helyek kijelölése a felmériendő területen:

1 - Rendszeres mintavétel : Valamilyen eldöntött rendszer alapján jelöljük ki (pl. négyzetrács sarokpontjainál).

2 - Egyszerű véletlen mintavétel : Véletlen alapján döntjük el a mintavételi helyeket.

3 - Rétegzett véletlen mintavétel : Amennyiben a populáció eloszlása nem homogén a területen, úgy hasznos ha a területet azonos egyedsűrűségű részekre osztjuk (rétegeket hozunk létre) majd ezeken belül jelöljük ki véletlenszerűen a mintavételi helyeket.



Milyen mintavételi stratégia szerint vannak kijelölve a mintavételi egységek?

Megfelelő a számuk, a helyük? Miért?

Mennyi a minimálisan kijelölendő kvadrátok száma ezen a területen?

# II. 2. - Mintavételi módszerek alapján való populációbecslés

## II. 2. a) - Sűrűségbecslő módszerek

Ha a következő adatok a rendelkezésünkre állnak:

- a teljes mintavételi terület nagysága ( $A$ ),
- egy kvadrát (mintavételi egység) területe ( $a$ ),
- a ténylegesen felméréndő kvadrátok száma ( $r$ ),
- a kijelölt kvadrátokban számolt egyedszámok ( $n_i$ ),

akkor elvégezhetjük a populációnagyság, ill. a denzitás (populációsűrűség/egyedsűrűség) becslését az adott területre.

# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecslés paramétereit és statisztikai eljárásait

## Területekre vonatkozó adatok:

- **A** : a vizsgálati terület teljes nagysága (pl. m<sup>2</sup>, ha, km<sup>2</sup>, ...)  
1 ha (hektár) = 10 000 m<sup>2</sup>      1 km<sup>2</sup> = 1 000 000 m<sup>2</sup> = 100 ha
- **a** : egy db kvadrát területe (pl. m<sup>2</sup>, ha, km<sup>2</sup>, ...)  
négyzet és téglalap területe = két szomszédos oldal szorzata  
kör területe = sugár \* sugár \* π ,    ahol π ≈ 3,14
- **r** : felmért kvadrátok száma
- **K** : a vizsgálati területen kihelyezhető kvadrátok maximális száma

$$K = \frac{A}{a}$$

- **A felmért terület aránya** =  $\frac{\text{a felmért kvadrátok összterülete}}{\text{a vizsgálati terület teljes nagysága}} = \frac{\mathbf{a * r}}{\mathbf{A}}$   
(A kapott értéket 100-zal megszorozva %-ban kapjuk meg az arányt.)

# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecslés paramétereit és statisztikai eljárásait

## Kvadrátokra vonatkozó adatok:

- $i$  : a felmért kvadrátok sorszáma
- $n_i$  : egyedek száma az  $i$ -edik kvadrátban
- $n'$  : átlagos egyedszám a kvadrátban

$$n' = \frac{\sum_{i=1}^r n_i}{r} = \frac{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + \dots + n_r}{r}$$

- $s_{n'}^2$  : a kvadrátonkénti egyedszám variációját (szórásnégyzete)

$$s_{n'}^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (n_i - n')^2}{(r - 1)} = \frac{(n_1 - n')^2 + (n_2 - n')^2 + \dots + (n_r - n')^2}{(r - 1)}$$

## Kvadrátokra vonatkozó adatok:

| Kvadrát sorszáma             | Egyedszám a kvadrátban  | Átlagtól való eltérés        | Az eltérés négyzete              |
|------------------------------|-------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| <b>i</b>                     | <b><math>n_i</math></b> | <b><math>n_i - n'</math></b> | <b><math>(n_i - n')^2</math></b> |
| 1                            | 8                       | 3                            | 9                                |
| 2                            | 5                       | 0                            | 0                                |
| 3                            | 5                       | 0                            | 0                                |
| 4                            | 0                       | -5                           | 25                               |
| 5                            | 6                       | 1                            | 1                                |
| 6                            | 6                       | 1                            | 1                                |
| <b><math>\Sigma =</math></b> | <b>30</b>               |                              | <b>36</b>                        |

$$n' = 5 \quad (=30/6)$$

Minden kvadrátban átlagosan 5 db egyed található.

A kvadrátonkénti egyedszám varianciája (szórásnégyzete):

$$s_{n'}^2 = \Sigma (n_i - n')^2 / (r - 1) = 36 / (6 - 1) = \underline{\underline{7,2}}$$



# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecslés paramétereit és statisztikai eljárásait

A becsült populáció nagyságra vonatkozó adatok:

- $N'$  : a becsült populáció nagyság

$$N' = n' * K$$

- $S_{N'}^2$  : a becsült populáció nagyság varianciája (szórásnégyzete)

$$S_{N'}^2 = \frac{K * (K - r)}{r} * S_n^2$$

- $S_{N'}$  : a becsült populáció nagyság szórása

$$S_{N'} = \sqrt{S_{N'}^2}$$

# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbeclés paramétereit és statisztikai eljárásait

## N' 95 %-os Konfidencia-intervalluma (a beclés pontossága)

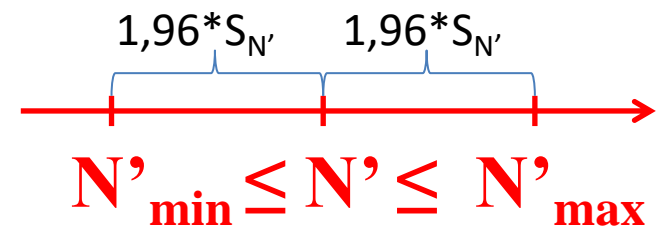
A becsült populációnagyság (N') értéke milyen intervallumban lehet 95 %-os valószínűséggel:

- N' 95 %-os Konfidencia-intervallum minimum értéke:

$$N'_{\min} = N' - \overbrace{1,96 * S_{N'}}^{\text{konfidencia-intervallum}}$$

- N' 95 %-os Konfidencia-intervallum maximum értéke:

$$N'_{\max} = N' + \overbrace{1,96 * S_{N'}}^{\text{konfidencia-intervallum}}$$



# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecslés paramétereit és statisztikai eljárásait

A denzitásra (populációsűrűségre) vonatkozó adatok:

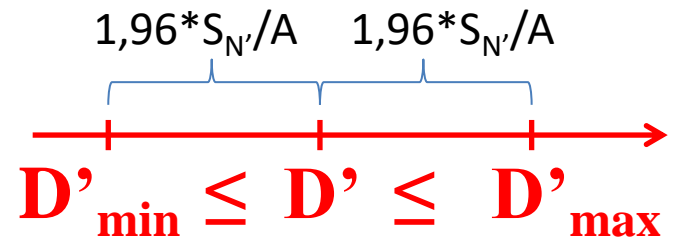
- $D'$  : a denzitás (a populációsűrűség) becsült értéke

$$D' = N' / A$$

- Denzitás 95%-os konfidencia intervalluma (a becslés pontossága):

$$D'_{\min} = \frac{N' - 1,96 * S_{N'}}{A} = (N' - 1,96 * S_{N'})/A$$

$$D'_{\max} = \frac{N' + 1,96 * S_{N'}}{A} = (N' + 1,96 * S_{N'})/A$$



# A sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecslés paramétereit és statisztikai eljárásait

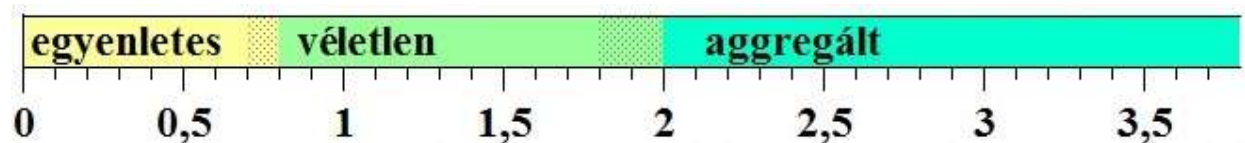
Az egyedek eloszlására vonatkozó adatok:

A kvadrátonkénti egyedszám variációjának (szórásnégyzetének) és a kvadrátokban becsült átlagos egyedszámnak a hányadosa alapján:

- Az egyedek eloszlása =  $\frac{S_n'^2}{n'}$

Ha ezen hányados értéke:

- sokkal kisebb, mint 1 (  $\ll 1$  ), akkor **egyenletes** eloszlást
- kb. 1-gyel egyenlő (  $\approx 1$  ), akkor **véletlen** eloszlást
- sokkal nagyobb, mint 1 (  $\gg 1$  ), akkor **aggregált** eloszlást feltételezhetünk.



## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján populációbecslés

### II. 2. b) – Fogás-visszafogás módszer

Állatok befogása, (egyedi) jelölése, elengedése – később újra mintavételezés



Pl. függőháló a  
madarak  
befogásához

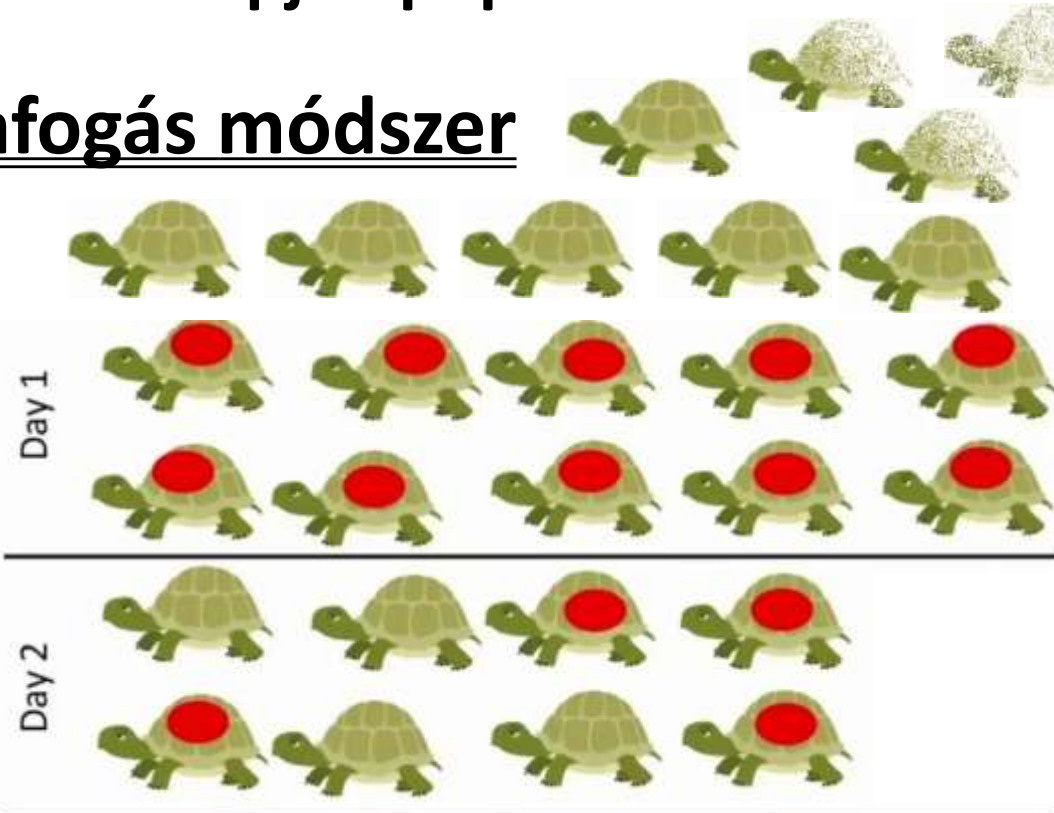




## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján populációbecslés

### II. 2. b) – Fogás-visszafogás módszer

Ha egy populáció egy részét ( $n_1$ ) valamilyen módon megjelöljük és visszahelyezzük az eredeti populációba, majd keveredés után egy másik mintát veszünk ( $n_2$ ), akkor a második mintában levő jelölt egyedek ( $m_2$ ) és a 2. minta teljes egyedszáma ( $n_2$ ) között ugyanaz az arány áll fenn, mint az összes jelölt egyed ( $n_1$ ) és a teljes populáció ( $N$ ) között. Ez alapján a teljes populáció egyedszáma kiszámítható/ megbecsülhető.



1. 10 egyed jelölése az 1. napon
2. 8 egyed befogása a 2. napon, ebből 4 már jelölt
3. Az egyedek fele jelölt a 2. mintában, tehát feltételezzük, hogy az összes egyed fele már jelölt
4. Ezért ennek a populációnak az egyedszáma: 20

$$4/8 = 10/N \rightarrow N = 20$$

## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján populációbecslés

### II. 2. b) – Fogás-visszafogás módszer

**Lincoln index:** 
$$\frac{m_2}{n_2} = \frac{n_1}{N} \quad \rightarrow \quad N = \frac{n_1 * n_2}{m_2}$$

- **N** : populáció egyedszáma
- **n<sub>1</sub>** : első alkalommal megjelölt majd visszaengedett egyedek száma
- **n<sub>2</sub>** : második alkalommal megfogott egyedek száma
- **m<sub>2</sub>** : második alkalommal megfogott egyedek között a jelölt (első alkalommal megjelölt és visszafogott egyedek száma)

## II. 2. - Mintavételi módszerek alapján populációbecslés

### II. 2. b) – Fogás-visszafogás módszer

- $N'$ : A becsült populáció nagyság 
$$N' = \frac{n_1 * n_2}{m_2}$$
  - $S_{N'}^2$ : A becsült populáció nagyság varianciája (szórásnégyzete)
$$S_{N'}^2 = \frac{n_1 * n_2 * (n_1 - m_2)^2}{m_2^3}$$
  - $S_{N'}$ : A becsült populáció nagyság szórása 
$$S_{N'} = \sqrt{S_{N'}^2}$$
  - $N'$  95 %-os Konfidencia-intervallum minimum értéke:
$$N'_{\min} = N' - 1,96 * S_{N'}$$
  - $N'$  95 %-os Konfidencia-intervallum maximum értéke:
$$N'_{\max} = N' + 1,96 * S_{N'}$$
- $$N'_{\min} \leq N' \leq N'_{\max}$$



# Felmérési módszerek populációbecsléshez

**I. teljes számlálás  
(cenzus)**

**II. közvetett  
módszerek**

**II. 1. „megközelítő felmérés”  
módszere  
(szakértői becslés)**

**II. 2. mintavételi módszerek  
alapján való  
populációbecslés**

**II. 2. a) sűrűségbecslő  
módszerek**

Mintavételi egységek:

alakja, mérete, száma

Mintavételi stratégiák:

1. Rendszeres mintavétel
2. Egyszerű véletlen mintavétel
3. Rétegzett véletlen mintavétel

**II. 2. b) fogás-visszafogás  
módszer**

Állatpopulációk nagyságának becslésére alkalmas.

Az állatok egyedi jelölésén alapul.

Menete: megfogás - megjelölés - elengedés - várakozás - újra mintavételezés=visszafogás

# Kidolgozott példák

1-3. példa : sűrűségbecslésen alapuló egyedszámbecsléshez

4. példa : fogás-visszafogás módszerén alapuló egyedszámbecsléshez

Elérhető excelben a <http://zeus.nyf.hu/~szept/kurzusok.htm> oldalon

# 1. Példa:

Egy **3,6 ha** nagyságú területen található **kocsányos tölgy** állomány nagyságát becsülik meg a területen random módon kihelyezett **20\*20 m** nagyságú kvadrátokban végzett számlálási adatok alapján. A felmért kvadrátokban az alábbi számú tölgyet találták:

**4, 0, 4, 5, 5, 0.**

**Becsüljük meg a kocsányos tölgy populáció nagyságát, 95%-os konfidencia-intervallumát, a denzitást és annak 95%-os konfidencia-intervallumát, és jellemezzük az egyedek eloszlását!**

# 1. Példa megoldása - 1/5

A vizsgálati terület teljes nagysága:  $A = 3,6 \text{ ha} = 36\,000 \text{ m}^2$

Egy db kvadrát területe:  $a = 20\text{m} * 20\text{m} = 400 \text{ m}^2$

A felmért kvadrátok száma:  $r = 6$

A kvadrátok maximális száma:  $K = A / a = 36\,000 \text{ m}^2 / 400 \text{ m}^2 = 90$

A felmért kvadrátok összterülete =  $r * a = 6 * 400 \text{ m}^2 = 2400 \text{ m}^2$

Felmért terület aránya =

= felmért kvadrátok összterülete / teljes vizsgálati terület =

=  $r*a / A = 2400 \text{ m}^2 / 36000 \text{ m}^2 = 0,067 = 6,7\%$

A teljes terület 6,7%-a lett felmérve, ami megfelelő. (5-10% !)

## 1. Példa megoldása - 2/5

| <b>i</b>                     | <b><math>n_i</math></b> | <b><math>n_i - n'</math></b> | <b><math>(n_i - n')^2</math></b> |
|------------------------------|-------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 1                            | 4                       | 1                            | 1                                |
| 2                            | 0                       | -3                           | 9                                |
| 3                            | 4                       | 1                            | 1                                |
| 4                            | 5                       | 2                            | 4                                |
| 5                            | 5                       | 2                            | 4                                |
| 6                            | 0                       | -3                           | 9                                |
| <b><math>\Sigma =</math></b> | <b>18</b>               |                              | <b>28</b>                        |

$$n' = 3 \quad (=18/6)$$

Minden kvadrátban átlagosan 3 db kocsányos tölgy található.

A kvadrátonkénti egyedszám varianciája (szórásnégyzete) :  
 $s_{n'}^2 = \Sigma (n_i - n')^2 / (r - 1) = 28 / (6 - 1) = \underline{5,6}$

# 1. Példa megoldása - 3/5

$$N' \text{ (becsült populációnagyság)} = n' * K = 3 * 90 = \underline{270 \text{ (egyed)}}$$

$$S_{N'}^2 \text{ (a becsült populációnagyság varianciája/szórásnégyzete)} \\ = K * (K - r)/r * s_n^2 = 90 * (90 - 6)/6 * 5,6 = 7056$$

$$S_{N'} \text{ (a becsült populációnagyság szórása)} = \sqrt{S_{N'}^2} = \sqrt{7056} = \\ = \underline{84 \text{ (egyed)}}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum minimum értéke:

$$N'_{\min} = N' - 1,96 * S_{N'} = 270 - \overbrace{1,96 * 84}^{164,64 \approx 165} = \underline{105,36 \approx 105 \text{ (egyed)}}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum maximum értéke:

$$N'_{\max} = N' + 1,96 * S_{N'} = 270 + \overbrace{1,96 * 84}^{164,64 \approx 165} = \underline{434,64 \approx 435 \text{ (egyed)}}$$

**A becsült populációnagyság:  $270 \pm 165$  egyed**

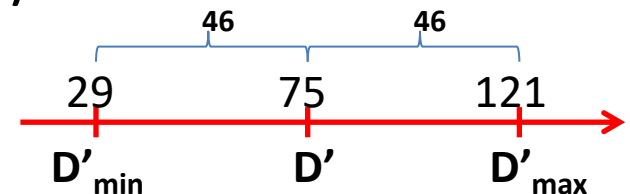
# 1. Példa megoldása - 4/5

$$D' \text{ (denzitás=populációsűrűség=egyedsűrűség becsült értéke)} = \\ = N' / A = 270 \text{ egyed} / 36000 \text{ m}^2 = \underline{\underline{0,0075 \text{ egyed/m}^2}} = \underline{\underline{75 \text{ egyed/ha}}}$$

Denzitás 95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = (N' - 1,96 * S_{N'}) / A = (270 - 1,96 * 84) / 36000 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\underline{0,0029 \text{ egyed/m}^2}} \approx \underline{\underline{29 \text{ egyed/ha}}}$$

$$D'_{\max} = (N' + 1,96 * S_{N'}) / A = (270 + 1,96 * 84) / 36000 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\underline{0,0121 \text{ egyed/m}^2}} \approx \underline{\underline{121 \text{ egyed/ha}}}$$



**A populációsűrűség (denzitás):  $75 \pm 46$  egyed/ha**

$$\text{Eloszlás} : s_{n'}^2 / n' = 5,6 / 3 = \underline{\underline{1,867}}$$

A kapott érték sokkal nagyobb, mint 1 ( $\gg 1$ ), tehát

**aggregált** az egyedek eloszlása.

# 1. Példa: válaszok - 5/5

- A kocsányos tölgy becsült **populáció nagysága**:  $N' = 270$  egyed  
95%-os konfidencia intervalluma:

$$N'_{\min} = 105,36 \approx 105 \text{ egyed} \quad N'_{\max} = 434,64 \approx 435 \text{ egyed}$$

**A becsült populáció nagyság:  $270 \pm 165$  egyed**

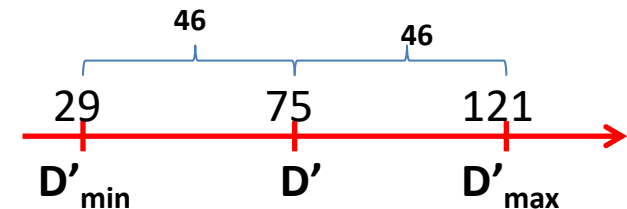
- A **denzitás=populációsűrűség** becsült értéke:

$$D' = 0,0075 \text{ egyed/m}^2 = 75 \text{ egyed/ha}$$

95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = 0,0029 \text{ egyed/m}^2 \approx 29 \text{ egyed/ha}$$

$$D'_{\max} = 0,0121 \text{ egyed/m}^2 \approx 121 \text{ egyed/ha}$$



**A populációsűrűség (denzitás):  $75 \pm 46$  egyed/ha**

- Az eloszlásra kapott érték: **1,867**, ami sokkal nagyobb, mint 1 ( $\gg 1$ ), tehát **aggregált az egyedek eloszlása**.



## 2. Példa:

Fák-cserjék felmérését végezték egy **2500 m<sup>2</sup>** nagyságú területen, a területen random módon kihelyezett **10\*10 m nagyságú kvadrátok**ban végzett számlálási adatok alapján.

**Az alábbi táblázat tartalmazza a felmérés összesített eredményeit:**

| Faj                       | kvadrátok azonosítója |           |           |           |           |
|---------------------------|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                           | A1                    | A6        | A9        | A10       | A22       |
| <b>csíkos kecskerágó</b>  | <b>2</b>              |           | <b>1</b>  |           | <b>4</b>  |
| <b>egybibés galagonya</b> | <b>1</b>              |           | <b>2</b>  |           |           |
| <b>fekete bodza</b>       | <b>19</b>             | <b>15</b> | <b>16</b> | <b>17</b> | <b>23</b> |
| <b>fehér akác</b>         | <b>4</b>              | <b>3</b>  | <b>1</b>  | <b>3</b>  | <b>1</b>  |
| <b>szil</b>               | <b>1</b>              |           |           | <b>2</b>  |           |
| <b>fehér nyár</b>         |                       | <b>2</b>  | <b>6</b>  |           | <b>3</b>  |

**Becsüljük meg a fekete bodza populáció nagyságát, annak 95%-os konfidencia-intervallumát, a populációsűrűséget és annak 95%-os konfidencia-intervallumát, és jellemezzük az egyedek eloszlását!**

## 2. Példa megoldása - 1/5

A vizsgálati terület teljes nagysága:  $A = 2500 \text{ m}^2$

Egy db kvadrát területe:  $a = 10\text{m} * 10\text{m} = 100 \text{ m}^2$

A felmért kvadrátok száma:  $r = 5$

A kvadrátok maximális száma

$$K = A / a = 2500 \text{ m}^2 / 100 \text{ m}^2 = 25$$

A felmért kvadrátok összterülete:

$$r * a = 5 * 100 \text{ m}^2 = 500 \text{ m}^2$$

Felmért terület aránya =

$$\begin{aligned} &= \text{A felmért kvadrátok összterülete} / \text{teljes vizsgálati terület} = \\ &= r * a / A = 500 \text{ m}^2 / 2500 \text{ m}^2 = 0,2 = 20,0\% \end{aligned}$$

A teljes terület 20%-a lett felmérve, ami bőven megfelelő.

(minimum: 5-10% !)

## 2. Példa megoldása - 2/5

| i          | $n_i$ | $n_i - n'$ | $(n_i - n')^2$ |
|------------|-------|------------|----------------|
| 1          | 19    | 1          | 1              |
| 2          | 15    | -3         | 9              |
| 3          | 16    | -2         | 4              |
| 4          | 17    | -1         | 1              |
| 5          | 23    | 5          | 25             |
|            |       |            |                |
| $\Sigma =$ | 90    |            | 40             |

$$n' = 18 \quad (=90/5)$$

Minden kvadrátban átlagosan 18 db fekete bodza található.

A kvadrátonkénti egyedszám varianciája (szórásnégyzete):

$$s_{n'}^2 = \Sigma (n_i - n')^2 / (r - 1) = \\ = 40 / (5 - 1) = \underline{10}$$

## 2. Példa megoldása - 3/5

$$N' \text{ (becsült populációnagyság)} = n' * K = 18 * 25 = \underline{450 \text{ (egyed)}}$$

$$S_{N'}^2 \text{ (a becsült populációnagyság varianciája/szórásnégyzete)} = \\ = K * (K - r) / r * s_n^2 = 25 * (25 - 5) / 5 * 10 = 1000$$

$$S_{N'} \text{ (a becsült populációnagyság szórása)} = \\ = \sqrt{S_{N'}^2} = \sqrt{1000} = \underline{31,62 \text{ (egyed)}} \approx 32 \text{ egyed}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum minimum értéke:

$$N'_{\min} = N' - 1,96 * S_{N'} = 450 - \overbrace{1,96 * 31,62}^{61,9752 \approx 62} \approx \underline{388 \text{ (egyed)}}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum maximum értéke:

$$N'_{\max} = N' + 1,96 * S_{N'} = 450 + \overbrace{1,96 * 31,62}^{61,9752 \approx 62} \approx \underline{512 \text{ (egyed)}}$$

**A becsült populációnagyság:  $N' = 450 \pm 62$  egyed**

## 2. Példa megoldása - 4/5

$$D'(\text{denzitás becsült értéke}) = N' / A = 450 / 2500 = \\ = \underline{\mathbf{0,18}} \text{ egyed/m}^2 = \mathbf{1800} \text{ egyed/ha}$$

Denzitás 95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = (N' - 1,96 * S_{N'}) / A = (450 - 1,96 * 31,62) / 2500 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\mathbf{0,1552}} \text{ egyed/m}^2 \approx \mathbf{1552} \text{ egyed/ha}$$

$$D'_{\max} = (N' + 1,96 * S_{N'}) / A = (450 + 1,96 * 31,62) / 2500 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\mathbf{0,2048}} \text{ egyed/m}^2 \approx \mathbf{2048} \text{ egyed/ha}$$

**A populációsűrűség (denzitás)  $D' = 1800 \pm 248$  egyed/ha**

$$\text{Eloszlás} : s_{n'}^2 / n' = 10 / 18 = \underline{\mathbf{0,556}}$$

A kapott érték jóval kisebb, mint 1 ( $\ll 1$ ), tehát egyenletes az egyedek eloszlás.

## 2. Példa válaszok: 5/5

- A fekete bodza becsült **populáció nagysága**:  $N' = 450$  egyed  
95%-os konfidencia intervalluma:

$$N'_{\min} = 388,019 \approx 388 \text{ egyed} \quad N'_{\max} = 511,98 \approx 512 \text{ egyed}$$

**A becsült populáció nagyság:  $450 \pm 62$  egyed**

- A **denzitás=populációsűrűség** becsült értéke:  
 $D' = 0,18 \text{ egyed/m}^2 = 1800 \text{ egyed/ha}$

95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = 0,1552 \text{ egyed/m}^2 \approx 1552 \text{ egyed/ha}$$

$$D'_{\max} = 0,2048 \text{ egyed/m}^2 \approx 2048 \text{ egyed/ha}$$

**A populációsűrűség (denzitás)  $D' = 1800 \pm 248$  egyed/ha**

- **Az eloszlásra kapott érték: 0,555**, ami sokkal kisebb, mint 1 ( $\ll 1$ ), tehát **egyenletes az egyedek eloszlása.**

## 3. Példa:

Madarakat mérnek fel egy **0,5 km<sup>2</sup>** nagyságú területen, random módon kihelyezett **50 m sugarú kör** alakú kvadrátokban végzett számlálási adatok alapján. A felmért kvadrátokban látott és hallott madárfajok listáját a következő oldalon lehet látni.

**A fajlistákból a megfelelő adatok kiválogatása után**

- **becsüljük meg az erdei pinty populáció egyedszámát,**
- **annak 95%-os konfidencia-intervallumát,**
- **a denzitást és annak 95%-os konfidencia-intervallumát,**
- **és jellemezzük az egyedek eloszlását!**

# 3. Példa:

A madár-felmérés fajlistái

## 1. kvadrát

szén cinege : 2  
erdei pinty : 2  
barátposzáta : 1  
búbos banka : 1

## 2. kvadrát

fekete rigó: 3  
széncinege : 1  
ökörszem : 1  
erdei pinty : 1  
barátposzáta : 2

## 3. kvadrát

fekete rigó : 3  
széncinege : 1  
erdei pinty : 1

## 4. kvadrát

fekete rigó : 4  
barátposzáta : 2  
széncinege : 1  
vörösbecs : 1  
erdei pinty : 3

## 5. kvadrát

fekete rigó : 2  
széncinege : 1  
örvös galamb : 3  
erdei pinty : 4

## 6. kvadrát

fekete rigó : 2  
erdei pinty : 1  
zöldike : 1

## 7. kvadrát

fekete rigó : 2  
erdei pinty : 3  
barátposzáta : 1  
széncinege : 1  
kék cinege : 1

## 8. kvadrát

szén cinege : 1  
barátposzáta : 1  
erdei pinty : 1  
fülemüle : 1



### 3. Példa megoldása - 1/5

A vizsgálati terület teljes nagysága:  $A = 0,5 \text{ km}^2 = 500000 \text{ m}^2$

Egy db kvadrát területe ( mivel a kör területe = sugár\*sugár\* $\pi$  )

$$a = 50\text{m} * 50\text{m} * 3,14 = 7854 \text{ m}^2$$

A felmért kvadrátok száma:  $r = 8$

A kvadrátok maximális száma:

$$K = A / a = 500000 \text{ m}^2 / 7854 \text{ m}^2 = 63,66 \approx 64$$

A felmért kvadrátok összterülete:

$$r * a = 8 * 7854 \text{ m}^2 \approx 62832 \text{ m}^2$$

Felmért terület aránya =

= A felmért kvadrátok összterülete/teljes vizsgálati terület =

$$= r*a / A = 62832 \text{ m}^2 / 500000 \text{ m}^2 \approx 0,126 = 12,6\%$$

A teljes terület kb. 12,6%-a lett felmérve, ami megfelelő.

(minimum: 5-10% !)

### 3. Példa megoldása - 2/5

| <b>i</b>                     | <b><math>n_i</math></b> | <b><math>n_i - n'</math></b> | <b><math>(n_i - n')^2</math></b> |
|------------------------------|-------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 1                            | <b>2</b>                | 0                            | <b>0</b>                         |
| 2                            | <b>1</b>                | -1                           | <b>1</b>                         |
| 3                            | <b>1</b>                | -1                           | <b>1</b>                         |
| 4                            | <b>3</b>                | 1                            | <b>1</b>                         |
| 5                            | <b>4</b>                | 2                            | <b>4</b>                         |
| 6                            | <b>1</b>                | -1                           | <b>1</b>                         |
| 7                            | <b>3</b>                | 1                            | <b>1</b>                         |
| 8                            | <b>1</b>                | -1                           | <b>1</b>                         |
| <b><math>\Sigma =</math></b> | <b>16</b>               |                              | <b>10</b>                        |

$$n' = 2$$

A kvadrátonkénti  
egyedszám varianciája  
(szórásnégyzete):

$$s_{n'}^2 = \Sigma (n_i - n')^2 / (r - 1) = \\ = 10 / (8 - 1) = \underline{\underline{1,429}}$$

Minden kvadrátban átlagosan 2 erdei pinty található.

### 3. Példa megoldása - 3/5

$N'$  (becsült populációnagyság)

$$= n' * K = 2 * 63,66 = \underline{127,32} \text{ (egyed)} \approx \underline{127} \text{ (egyed)}$$

$S_{N'}^2$  (a becsült populációnagyság varianciája/szórásnégyzete) =

$$= K * (K - r) / r * s_n^2 = 63,66 * (63,66 - 8) / 8 * 1,429 = 632,78$$

$S_{N'}$  (a becsült populációnagyság szórása) =

$$= \sqrt{S_{N'}^2} = \sqrt{632,78} = \underline{25,155} \text{ (egyed)} \approx \underline{25} \text{ (egyed)}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum minimum értéke:

$$N'_{\min} = N' - 1,96 * S_{N'} = 127,32 - \overbrace{1,96 * 25,155}^{49,3038} \approx \underline{78} \text{ (egyed)}$$

$N'$  95 %-os konfidencia-intervallum maximum értéke:

$$N'_{\max} = N' + 1,96 * S_{N'} = 127,32 + \overbrace{1,96 * 25,155} \approx \underline{177} \text{ (egyed)}$$

### 3. Példa megoldása - 4/5

$$D'(\text{denzitás becsült értéke}) = N' / A = 127,32 / 500000 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\underline{0,0002546}} \text{ egyed/m}^2 \approx \mathbf{2,5 \text{ egyed/ha} \approx 255 \text{ egyed/km}^2}$$

Denzitás 95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = (N' - 1,96 * S_{N'}) / A = (127,32 - 1,96 * 25,16) / 500000 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\underline{0,0001560}} \text{ egyed/m}^2 \approx \mathbf{1,6 \text{ egyed/ha} \approx 156 \text{ egyed/km}^2}$$

$$D'_{\max} = (N' + 1,96 * S_{N'}) / A = (127,32 + 1,96 * 25,16) / 500000 \text{ m}^2 = \\ = \underline{\underline{0,0003532}} \text{ egyed/m}^2 \approx \mathbf{3,5 \text{ egyed/ha} \approx 353 \text{ egyed/km}^2}$$

$$\text{Eloszlás} : s_{n'}^2 / n' = 1,429 / 2 = \underline{\underline{0,714}}$$

A kapott érték kb. 1-gyel egyenlő ( $\approx 1$ ), tehát véletlen az egyedek eloszlása.

### 3. Példa válaszok: 5/5

- Az erdei pinty **populáció nagysága**:  $N \approx 127$  egyed  
95%-os konfidencia intervalluma:

$$N'_{\min} = 78,02 \approx 78 \text{ egyed} \quad N'_{\max} = 176,628 \approx 177 \text{ egyed}$$

**A becsült populáció nagyság:  $127 \pm 49$  egyed**

- A **denzitás=populációsűrűség** becsült értéke:  
 $D' = 0,0002546 \text{ egyed/m}^2 = 2,546 \text{ egyed/ha}$

95%-os konfidencia intervalluma:

$$D'_{\min} = 0,000156 \text{ egyed/m}^2 = 1,56 \text{ egyed/ha}$$

$$D'_{\max} = 0,000353 \text{ egyed/m}^2 = 3,53 \text{ egyed/ha}$$

**A populációsűrűség (denzitás)  $D' \approx 2,56 \pm 1$  egyed/ha**

- **Az eloszlásra kapott érték: 0,714**, ami kb.1-gyel egyenlő ( $= 1$ ),  
tehát **véletlen az egyedek eloszlása.**

## 4. Példa:

Egy erdőben végzett gyűrűzés során hálóval fogtak be madarakat. Az egyik hétvégén 59 db fekete rigót fogtak be, gyűrűztek meg és engedtek szabadon. Pár nappal később ugyanott 32 db fekete rigót fogtak be, amely közül 18 egyeden már gyűrű volt, amelyet előző alkalommal raktak a madarakra.

- a) **Mekkora a fekete rigó becsült populáció nagysága a vizsgált erdőben?**
- b) **Mekkora a becsült populáció nagyság varianciája?**
- c) **Melyek a minimum és maximum értékei a becsült populáció nagyság 95%-os konfidencia intervallumának ?**

## 4. Példa megoldása - 1/3

- Az első alkalommal megjelölt majd visszaengedett egyedek száma:  $n_1 = 59$
- A második alkalommal megfogott egyedek száma :  
 $n_2 = 32$
- A második alkalommal megfogott egyedek között a jelölt egyedek száma (amit az első alkalommal megjelöltek és második alkalommal visszafogtak) :

$$m_2 = 18$$

a) A becsült populációnagyság :

$$N' = n_1 * n_2 / m_2 = 59 * 32 / 18 = \mathbf{104,89 \approx 105 \text{ egyed}}$$

## 4. Példa megoldása - 2/3

$$n_1 = 59 \quad n_2 = 32 \quad m_2 = 18 \quad N' = 104,89 \approx \mathbf{105 \text{ egyed}}$$

b) A becsült populációnagyság varianciája:

$$\begin{aligned} S_{N'}^2 &= n_1 * n_2 * (n_1 - m_2)^2 / m_2^3 = 59 * 32 * (59-18)^2 / 18^3 = \\ &= 59 * 32 * (41*41) / (18*18*18) = \mathbf{544,192} \end{aligned}$$

c) A becsült populációnagyság szórása

$$S_{N'} = \sqrt{S_{N'}^2} = \sqrt{544,192} = 23,3279 \approx 23 \text{ egyed}$$

N' 95 %-os konfidencia-intervallum minimum értéke:

$$N'_{\min} = N' - 1,96 * S_{N'} = 104,89 - \underbrace{1,96 * 23,328}_{\approx 45,73 \approx 46} = \mathbf{59,167 \approx 59 \text{ egyed}}$$

N' 95 %-os konfidencia-intervallum maximum értéke:

$$N'_{\max} = N' + 1,96 * S_{N'} = 104,89 + 1,96 * 23,328 = \mathbf{150,611 \approx 151 \text{ egyed}}$$



## 4. Példa válaszok: - 3/3

a) A fekete rigó becsült populáció nagysága

$$N' = 104,89 \approx 105 \text{ egyed}$$

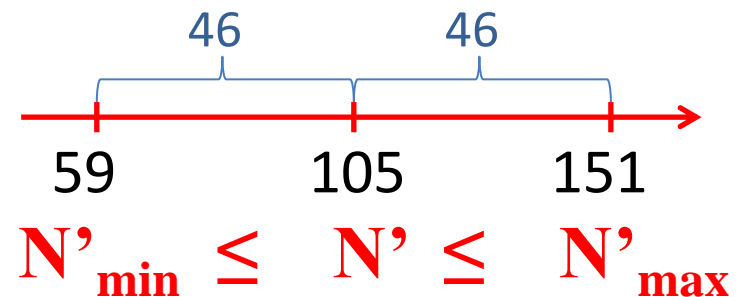
b) A populáció nagysága varianciája:

$$S_{N'}^2 = 544,192$$

c)  $N'$  95 %-os konfidencia-intervallum minimum és maximum értékei:

$$N'_{\min} = 59,167 \approx 59 \text{ egyed}$$

$$N'_{\max} = 150,611 \approx 151 \text{ egyed}$$



**A becsült populáció nagyság:  $N' = 105 \pm 46$  egyed**